

Cycles réels et hypothèse d'esprits animaux

Roger EA Farmer et Jang Ting Guo

Journal of Economic Theory 63, 42-72 (1994)

Professeur : Jean Olivier Hairault

Master Recherche Analyse et Politique Macroéconomique

Olivier Chatal
Jonathan Benchimol

Sommaire

Sommaire	2
Motivations.....	3
Résumé	4
Introduction	5
Les modèles RBC et de rendements croissants comparés.....	7
Les équations du modèle de Benhabib et Farmer	7
Externalités et concurrence monopolistique comparés	8
Dynamique autour de l'état stationnaire	9
<i>Etat stationnaire</i>	9
<i>Approximation linéaire</i>	9
L'hypothèse d'esprits animaux et ses implication : points selles et éviers	10
Calibration des modèles	11
<i>Trois économies</i>	11
<i>Paramètres suggérés par les autres études</i>	12
<i>Une importante hypothèse à propos des profits monopolistiques</i>	12
<i>Hypothèses de simulation dans chaque économie</i>	13
Simulation des modèles.....	14
<i>Détermination des fonctions de réponse</i>	14
<i>Graphiques et interprétations</i>	15
<i>Economie 1</i>	16
<i>Economie 2</i>	18
<i>Economie 3</i>	20
<i>Simulations stochastiques et calculs des moments</i>	22
Conclusion.....	24
Annexes	25
Log-linéarisation autour du point stationnaire	25
Détermination du système transformé.....	26
Etat stationnaire.....	28
Log-linéarisation autour du point stationnaire du système transformé.....	29
Equations des trois économies	34
Mathematica	36
MatLab	37
Bibliographie.....	38

Motivations

Nous avons choisi cet article par un souci de compréhension d'une révolution sous jacente qui conduirait l'économie à intégrer pleinement à son cadre d'analyse les représentations individuelles et collectives. Autrement dit, il s'agit de faire valoir l'intérêt et la nécessité pour la science économique de ce que nous appellerons un « tournant cognitif ». La thèse qui soutient ce plaidoyer est que la prise en compte des fondamentaux ne permet pas à elle seule de comprendre les évolutions économiques : celles-ci dépendent également des croyances.

Notons que cette thèse par elle-même n'est en rien originale. Si l'on considère la littérature économique des deux dernières décennies, on la trouve présente dans de nombreux travaux, y compris des travaux qui se veulent, par ailleurs, parfaitement « orthodoxes ». A titre d'exemples, on peut citer les « équilibres de signalement » (Spence, 1973), les « bulles rationnelles » (Blanchard et Watson, 1984), les « équilibres de taches solaires » (Chiappori, 1994), les « paniques bancaires » (Diamond et Dybvig, 1984) et autres « prophéties auto réalisatrices » (Farmer, 1999). Dans toutes ces recherches est mis clairement en avant le rôle que jouent les croyances des agents dans la détermination des grandeurs économiques.

De plus, nous avons assisté ces dernières années à un essor remarquable de la littérature examinant l'existence d'équilibres multiples ou indéterminés dans les modèles d'équilibre général dynamique, et c'est cela que nous avons voulu examiner de plus près afin de comprendre les notions économiques mises en jeu. Par exemple, Benhabib et Farmer (1994) et Farmer et Guo (1994) ont montré qu'un modèle de type RBC, à un secteur, présentant des rendements d'échelle agrégés suffisamment croissants, pouvait exhiber un état stationnaire indéterminé, pouvant être exploité pour générer des cycles économiques conduits par les esprits animaux.

On sait que les implications en termes politiques de ces modèles à "taches solaires" sont reliées à la vision keynésienne selon laquelle un objectif majeur des politiques économiques est de protéger l'économie contre les fluctuations conduites par les croyances. Nous avons donc voulu, par le biais de l'article de Farmer et Guo (1994), étudier plus en détails les différents types d'économies à comparer afin de mettre en évidence les différences fondamentales avec ou sans considérations de ce « tournant cognitif ».

Enfin, notre considération pour les travaux de Farmer en ce qui concerne l'économie comportementale d'un côté, nouveau thème de l'économie moderne en vogue en finance de marché, et la théorie des cycles réels de l'autre, nous a conduit à choisir l'article liant « Cycles réels et hypothèses d'esprits animaux » de Farmer et Guo (1994).

Résumé

Farmer et Guo calibrent un modèle macroéconomique d'équilibre quantitatif avec une technologie agrégée sujette à des rendements croissants et montrent que ce modèle peut afficher des fluctuations à des fréquences de cycles économiques même lorsqu'il n'y a pas de chocs sur les fondamentaux de l'économie. Ces fluctuations sont dues aux croyances auto-réalisatrices des investisseurs que nous appelons « les esprits animaux ». Ils comparent les fonctions de réponse d'impulsion prédites par leur modèle et par deux autres modèles plus standards avec une quatrième variable du vecteur autorégressif sur données US. L'économie d'esprits animaux est la plus satisfaisante des trois modèles à sortir de larges dispositifs de réponses dynamiques dans les données.

Nous reprenons l'article de Farmer et Guo en calibrant nos modèles pour se conformer aux trois économies évoqués par ces derniers. Nous simulons nos séries temporelles en nous appuyant sur les développements effectués en cours du modèle canonique. Nous en déduisons les résultats de l'article de Farmer et Guo pour les trois modèles, représentant les trois économies étudiées et comparées.

Introduction

Aux yeux de Keynes, l'idée que l'on puisse réduire l'incertitude entourant le futur à un calcul de probabilités est une aberration. La rationalité est, selon lui, défailante pour rendre intelligible le choix individuel en situation d'incertitude. Il s'ensuit un modèle qui fait une large part à la psychologie, aux « esprits animaux » et à l'opinion : « une grande partie de nos activités positives procèdent plus d'un optimisme spontané que d'une prévision mathématique. Il est probable que nos décisions de faire quelque chose de positif dont les conséquences s'échelonnent sur de nombreux jours ne peuvent être prises que sous la poussée d'un dynamisme naturel - d'un besoin spontané d'agir plutôt que de ne rien faire - et non en conséquence d'une moyenne pondérée de bénéfices quantitatifs multipliés par des probabilités quantitatives » (Keynes, 1936).

Est-ce que les cycles économiques représentent les réponses optimales des agents rationnels aux changements erratiques de technologie ou sont ils aussi influencés par les esprits animaux des investisseurs ?

Jusqu'à relativement récemment, l'explication des esprits animaux a été largement traitée dans la littérature universitaire comme une pierre angulaire de l'explication Keynésienne des récessions. Mais récemment, les esprits animaux sont tombés de leur grâce pendant qu'un nombre de plus en plus important de chercheurs dans le domaine embrassent le marché parfait et les anticipations rationnelles en tant qu'éléments principaux d'une théorie de fluctuations économiques.

Ce papier représente une tentative préliminaire au changement de perception des collègues en fournissant un modèle de cycles économiques calibré avec le même niveau de précision que les modèles RBC.

Les travaux de Farmer et Guo découlent d'une observation de Hall qui a précisé que les résidus de Solow, obtenus à partir de la mesure de la croissance, devraient être non-corrélé avec n'importe quel variable qui est non-corrélé avec les décalages de productivité puisque, sous les hypothèses de concurrence parfaite et de rendement d'échelle constant, le résidu de Solow devrait être une estimation non biaisée du « vrai » choc de la fonction de production. Dans une série de papiers, Hall a trouvé une preuve empirique contre cette prédiction en montrant qu'il y a une corrélation positive, en données US d'après guerre, entre les résidus de Solow et une variété des variables instrumentales qui peuvent raisonnablement être attendue exogènes. Il argumente que la concurrence monopolistiques et les rendements croissants peuvent expliquer cet échec et que ces même facteurs peuvent aussi jouer un rôle important dans la compréhension des fluctuations économiques.

Suivant la suggestion de Hall, certains papiers ont exploré l'idée que les données US peuvent être décrites par une technologie qui est sujette à la présence de rendements d'échelles croissants au niveau de l'économie agrégée. Caballero et Lyons ont estimé des fonctions de production à deux chiffres et ont trouvé la preuve de présence d'effets externes, et Baxter et King ont étudié les implications d'une technologie à rendements d'échelle croissants pour des corrélations entre les variables macroéconomiques clés dans un environnement de cycles économiques réels (RBC). Le papier de Baxter et King utilise l'hypothèse de rendements croissants pour montrer qu'un modèle de conduite de demande capture beaucoup de corrélations qui sont expliquées par des perturbations de l'offre dans un cadre plus standard.

Plus récemment, Benhabib et Farmer ont précisé que l'hypothèse de rendements croissants à potentiellement des implications plus radicales.

Dans le cadre RBC standard, s'il n'y a pas de choc de technologie, l'économie sous jacente est décrite par un système dynamique à deux dimensions autour de l'état stationnaire qui est un point selle. Benhabib et Farmer montrent qu'un léger décalage par rapport cadre standard conduit à un modèle affichant un état stationnaire indéterminé (i.e. évier) et ils précisent qu'une économie peut exploiter cette indétermination pour générer un modèle de fluctuations agrégées guidé par des croyances auto-réalisatrices des agents. Le dispositif clef qui change la stabilité de l'état stationnaire est l'hypothèse de technologie sociale caractérisée par des rendements d'échelle croissants.

Dans ce papier Farmer et Guo comparent des données simulées de trois économies différentes. Economie 1 qui est un modèle RBC la modification de Hansen de travail indivisible et Economie 2 et 3 qui sont des modèles avec concurrence monopolistique et rendements croissants. Bien que nous calibrions toutes les trois économies en utilisant les premiers moments des données de séries temporelles US, il y a une certaine flexibilité dans la calibration qui surgit du fait que nous faisons correspondre des constructions théoriques avec des données actuelles. Par exemple, le revenu du propriétaire pourrait raisonnablement aussi bien être interprété comme le revenu du travail que comme le revenu des profits.

Similairement, il y a une certaine imprécision dans l'estimation du degré du pouvoir monopolistique dans l'économie US qui est représenté par des différences dans les estimations de la moyenne du markup des prix sur le coût marginal. Cette flexibilité est la clef de la compréhension des différences entre les économies 2 et 3. L'Economie 2 utilise une valeur pour la part du travail de 0,63 et une valeur pour la marge prix-coût de 0,3. Le modèle résultant montre un état stationnaire déterminé (point selle). L'Economie 3, d'un autre côté, fixe le paramètre de la part du travail à 0,7 et la marge prix-coût à 0,42 ; cette économie affiche un état stationnaire non déterminé (évier).

De plus, pour obtenir de séries temporelles artificielles, les économies 1 et 2 sont dirigées par des chocs de productivité hautement persistante et l'économie 3 est dirigée par des taches solaires indépendantes identiquement distribuées. Dans les trois économies, les marchés sont parfaits, les agents optimisent et anticipent rationnellement. Les auteurs se sont premièrement intéressés à la comparaison de l'économie 1 et 3 depuis que leur objectif est de montrer qu'un modèle qui est dirigé par des taches solaires indépendantes identiquement distribuées peut expliquer les données au moins aussi bien que le paradigme RBC. Ils incluent le modèle 2, comme contrôle, pour distinguer les effets des rendements croissants en combinaison avec les dynamiques de point selle des rendements croissants qui génèrent l'indétermination. Farmer et Guo trouvent que leur modèle à taches solaires explique les covariances contemporaines et les déviations standards relatives des données actuelles aussi bien si ce n'est mieux que les modèles RBC standards, et exécute légèrement mieux lorsqu'ils comparent les réponses dynamiques dans toutes les trois économies, avec réponse d'impulsion depuis l'USA d'après guerre de Corée, par l'intermédiaire d'un VAR.

Les modèles RBC et de rendements croissants comparés

Les équations du modèle de Benhabib et Farmer

Benhabib et Farmer décrivent deux structures organisationnelles pertinentes avec la possibilité de concurrence qui peut être décrite par une technologie agrégée qui affiche des rendements d'échelle croissants. Ils travaillent avec une économie continue dans le temps et non stochastique mais l'analogue discret stochastique de leur modèle est décrit par les équations suivantes :

$$Y_t = Z_t K_t^\alpha L_t^\beta \quad (1)$$

$$A \frac{C_t}{L_t^\gamma} = b \frac{Y_t}{L_t} \quad (2)$$

$$\frac{1}{C_t} = E \left[\frac{\rho}{C_{t+1}} \left(a \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}} + 1 - \delta \right) \right] \quad (3)$$

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + Y_t - C_t \quad (4)$$

$$Z_t = Z_{t-1}^\theta \eta_t \quad (5)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho^t \frac{K_t}{C_t} = 0 \quad (6)$$

Où C_t représente la consommation, L_t l'offre de travail, Y_t la production, K_t le capital et a est la part du capital et b la part du travail dans le revenu national respectivement. L'équation (1) est une technologie Cobb-Douglas avec une perturbation de productivité Z_t , l'équation (4) est l'accumulation du capital et l'équation (5) permet pour la perturbation de la productivité, Z_t , d'être autocorrélées. Dans deux des modèles considérés par la suite, nous supposons que l'innovation, η_t , est une variable aléatoire indépendante et identiquement distribuée de moyenne unitaire et dans l'autre modèle, nous supposons que Z_t est constant et égal à l'unité. Les équations (2) et (3) combinent les conditions du premier ordre du problème de maximisation du consommateur représentatif suivant :

$$\text{Max} \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t E_0 \left[\log C_t - A \frac{L_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right] \right\} \text{ avec } 0 < \rho < 1 \quad (8)$$

Et tel que $K_{t+1} + C_t \leq w_t L_t + (1 - \delta + r_t) K_t + \Pi_t$

Avec la condition de transversalité (6) et la condition du premier ordre de l'ensemble des firmes représentatives. La notation Π_t , dans l'équation (8) représente les dividendes du ménage représentatif, w_t représente le salaire réel, r_t représente le taux de location de l'argent (taux d'intérêt), δ représente la taux de dépréciation du capital, ρ représente le taux d'escompte, $\gamma \leq 0$ représente l'élasticité de l'offre de travail et A représente le paramètre de préférence (positif).

Externalités et concurrence monopolistique comparés

La clef du papier de Benhabib et Farmer est l'hypothèse de rendements croissants. Dans le cas où $\alpha+\beta=1$, le modèle s'effondre pour une économie en cycle réel standard et dans ce cas l'équation (2) met en évidence la pente de la courbe d'indifférence des agents à la production marginale du travail. Similairement, l'équation (3) met en évidence le ratio attendu des utilités marginal de la consommation des périodes adjacentes à la production marginale du capital. La caractéristique spéciale du modèle en présence de concurrence est que : $a=a$ et $\beta=b$ (9).

En d'autres termes, les parts des facteurs du revenu national sont égales à leurs élasticités de production respectives.

Benhabib et Farmer utilisent deux structures de production séparées pour construire des modèles de concurrence dans lesquels les égalités de restrictions (contraintes saturées) représentées par (9) peuvent disparaître. Dans l'un de ces environnements de firmes en concurrence chacun fait face à des technologies de rendement constant mais il y'a présence d'externalités qui cause une augmentation de la production d'une firme vers l'augmentation simultanée de la production de toutes les firmes. Dans cet environnement les part des facteurs dans le revenu national se somme à un. Donc $a+b=1$ (10) mais $\alpha+\beta>1$ (11).

Dans la seconde structure un continuum de producteurs de biens intermédiaires en concurrence monopolistique, indexés par i , font face à des technologies de rendements croissants. Mais un secteur concurrentiel combine les inputs intermédiaires pour produire un bien final unique en utilisant la technologie Dixit-Stiglitz, on a :

$$Y = \left(\int_0^1 Y(i)^\lambda di \right)^\lambda \text{ où } 0 < \lambda < 1 \quad (12)$$

Lorsque le paramètre λ est plus petit que l'unité, chacun des concurrents monopolistiques font face à une pente de la demande descendante pour ses produits et la solution de son problème de maximisation peut être bien définie, même lorsque la production de la firme est assujettie à des rendements croissants. De l'hypothèse des facteurs de marchés concurrentiels et des conditions du premier ordre de la firme représentative, on peut montrer que $a=\lambda\alpha$ et $b=\lambda\beta$ (13) ce qui implique que ce cadre permet la présence de profits positifs et le facteur de partage dans le revenu national peut se sommer à moins que un.

Dans le modèle en concurrence monopolistique, $a+b<1$ (14) et $\alpha+\beta>1$ (15).

Dans notre calibration du modèle, discutée ci-après, nous favorisons cette dernière spécification avec des rendements croissants et concurrence monopolistique.

Dynamique autour de l'état stationnaire

Etat stationnaire

L'ensemble des démonstrations mathématiques sont détaillées en annexes dans la partie correspondante. Pour générer des séries temporelles artificielles de nos modèles économiques, nous avons utilisé l'équation (1) pour éliminer Y et l'équation (2) pour éliminer L de l'équation (3) et (4), ce qui nous donne le système dynamique (16) de trois équations en K_t , C_t et Z_t suivant :

$$\begin{cases} K_{t+1} = BZ_t^m K_t^g C_t^d + (1-\delta)K_t - C_t \\ \frac{1}{C_t} = E_t \left[DZ_{t+1}^m K_{t+1}^{g-1} C_{t+1}^{d-1} + \frac{\tau}{C_{t+1}} \right] \\ Z_{t+1} = Z_t^\theta \eta_t \end{cases}$$

L'emploi est déterminé par l'équation statique suivante : (on supposera $\phi \neq 0$)

$$L_t = \left(\frac{A}{b} \frac{C_t}{Z_t K_t^\alpha} \right)^\phi$$

On ne considère pas la croissance lors de l'analyse des mouvements hautes fréquences prédit par nos modèles. Pour analyser les dynamiques courts termes des modèles alternatifs, on log-linéarise (16) par développement de Taylor à l'ordre un autour du point stationnaire de l'économie non-stochastique. Cet état stationnaire est défini par les équations (18) suivantes :

$$K^* = \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^{1/(\chi-1)} \quad C^* = \nu (K^*)^\chi$$

L'ensemble des calculs sont détaillés en annexes dans la partie correspondante¹.

Approximation linéaire

Après log-linéarisation de (16) autour du point $\{K^*, C^*, 1\}$, on obtient l'équation matricielle (19) suivante, détaillée en annexes :

$$s_t = \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{C}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} = J s_{t+1} + R \begin{bmatrix} \widehat{\eta}_{t+1} \\ \widehat{e}_{t+1} \end{bmatrix}$$

De même, après log-linéarisation de (1), (2) et (4) autour du point $\{K^*, C^*, 1\}$, on obtient l'équation matricielle (20) suivante :²

$$X_t = M s_t \quad \text{avec} \quad X_t = \left[\widehat{I}_t \quad \widehat{L}_t \quad \widehat{Y}_t \quad \widehat{P}_t \right]^T$$

Où J , R et M sont des matrices dont les démonstrations détaillées sont proposées en annexes.

¹ Page 29

² Voir annexes page 31

L'hypothèse d'esprits animaux et ses implication : points selles et évier

Le modèle que nous avons décrit englobe le modèle standard RBC comme un cas spécial avec $\lambda=1$. L'unique solution anticipations rationnelle du modèle standard détermine C_t comme une fonction linéaire de K_t et Z_t . Ceci étant, dans le cas spécial sans incertitudes, lorsque Z est identiquement égal à l'unité, cette fonction place l'économie sur la branche stable du point selle.

Des changements dans la stabilité de l'état stationnaire sont le résultat des rendements croissants qui implique que la courbe de la demande de travail peut être pentue vers le haut comme une fonction des salaires. Si la pente de la demande de travail est plus raide que l'offre de travail, les augmentations du stock de capital qui décalent vers le haut la courbe de demande de travail abaissera les salaires et l'emploi. Le modèle standard génère une équation du premier ordre en la variable d'état K_t guidée par la perturbation stochastique Z_t . Cette équation est issue de la substitution de C_t comme équation de K_t et Z_t dans l'équation d'accumulation du capital linéarisé.

Depuis que les données suggèrent que le PNB US requiert au moins une représentation du second ordre, il est utile, dans la littérature RBC, de supposer que le terme de perturbation est autocorrélé. Donc le modèle RBC a une représentation de la forme suivante (Economie 1) :

$$\begin{aligned}\widehat{K}_t &= a_{11}\widehat{K}_{t-1} + a_{12}\widehat{Z}_t \\ \widehat{Z}_t &= \theta\widehat{Z}_{t-1} + \widehat{\eta}_t\end{aligned}\quad (21)$$

D'un autre coté, Benhabib et Farmer montrent qu'en présence de rendements croissants suffisamment fort, l'équilibre peut être représenté par une équation de la même forme que (19), avec la différence que les racines de J peuvent être toutes en dehors du cercle unité. Donc dans une économie considérant des rendements croissants, les données peuvent être décrites par le system dynamique du troisième ordre suivant (Economie 2) :

$$\begin{aligned}\widehat{K}_t &= a_{11}\widehat{K}_{t-1} + a_{12}\widehat{C}_{t-1} + a_{13}\widehat{Z}_t \\ \widehat{C}_t &= a_{21}\widehat{K}_{t-1} + a_{22}\widehat{C}_{t-1} + a_{23}\widehat{Z}_t + b_2\widehat{V}_t \\ \widehat{Z}_t &= a_{33}\widehat{Z}_{t-1} + \widehat{\eta}_t\end{aligned}\quad (22)$$

Où le terme V_t représente une variable aléatoire de moyenne conditionnelle à l'information disponible en $t-1$ nulle. Dans ce cas spécial dans lequel il n'y a pas de choc sur les fondamentaux, les équations ont une représentation du second ordre suivante (Economie 3) :

$$\begin{aligned}\widehat{K}_t &= a_{11}\widehat{K}_{t-1} + a_{12}\widehat{C}_{t-1} \\ \widehat{C}_t &= a_{21}\widehat{K}_{t-1} + a_{22}\widehat{C}_{t-1} + b_2\widehat{V}_t\end{aligned}\quad (23)$$

Dans un modèle RBC standard, le terme d'erreur de l'équation de la consommation est lié aux fondamentaux de l'économie par l'équation croisée des contraintes qui placent l'économie sur la branche stable du point selle. Lorsque la force des rendements croissants dans l'économie est suffisante pour changer les propriétés de dynamique l'état stationnaire d'un point selle à un évier, il n'est plus possible d'uniquement goupiller vers le bas les croyances en fonction des principes fondamentaux. Il devient alors possible d'interpréter le terme de perturbation V_t comme une source indépendante des fluctuations qui peuvent montrer les effets du choc de productivité Z_t .

Calibration des modèles

Trois économies

Dans cette partie, nous examinons les propriétés dynamiques des séries temporelles macroéconomiques générées par les trois économies de notre modèle. Farmer et Guo étudient un modèle calibré de manière standard, à l'exception de μ (degré de pouvoir de marché) et de η (niveau des rendements d'échelle) qui prennent des grandes valeurs. Ils montrent qu'en l'absence de chocs exogènes, les fluctuations des quantités agrégées ont des variances et des covariations proches de celles observées dans les données américaines stationnarisées. Ils font remarquer que, sur ce point, leur modèle n'est pas moins bon que les modèles de cycles réels standards, de concurrence parfaite, rendements constants et chocs technologiques exogènes. Evidemment, les modèles standards cherchent à expliquer l'amplitude des fluctuations agrégées, dans la mesure où le résidu de Solow observé est bien un indicateur de la taille des chocs technologiques exogènes. Pour le modèle de Farmer et Guo, l'amplitude des fluctuations est inexplicable, mais on peut rendre compte, en principe, des covariations du résidu de Solow avec les autres variables agrégées, car le modèle prédit des variations de ce résidu en fonction des variations de la production, elle-même influencée par des variables "taches solaires". Le degré de pouvoir de marché et le niveau des rendements d'échelle considérés par Farmer et Guo ($\mu=1.72$ et $\eta=1.61$) ne sont pas très loin des valeurs empiriques présentées dans d'autres études. Toutefois, il peut être noté que des valeurs un peu plus faibles n'entraînent pas simplement une plus faible amplitude des réponses aux « taches solaires », mais ces réponses disparaissent purement.

En effet, les équilibres stationnaires à taches solaires n'existent que si les deux valeurs propres sont à l'intérieur du cercle unité. En concurrence parfaite, une des deux valeurs propres doit être en dehors (par le premier théorème du bien-être). Les valeurs propres doivent également varier de façon continue quand on fait tendre les paramètres μ et η vers un. De ce fait, il doit exister un point pour lequel μ et η sont toujours supérieurs à un, mais où une des valeurs propres est de module plus grand que un. Pour ces phénomènes, la calibration de μ et de η de s'avère cruciale, bien plus que pour déterminer d'autres conséquences qu'entraînent la concurrence imparfaite et les rendements d'échelle croissants, comme l'interprétation de Hall des variations de productivité. Comme Hall l'a montré, tout écart de l'hypothèse de concurrence parfaite génère une certaine dose de productivité pro-cyclique, même si cet écart n'est pas suffisamment grand pour expliquer toutes les variations de productivité. D'un autre côté, Farmer et Guo ont besoin d'un écart important. En effet, dans leur cas, μ et η ne peuvent pas prendre des valeurs plus petites. Il semble important de conduire des études supplémentaires sur ces paramètres pour pouvoir établir la pertinence empirique de leur modèle.

La première économie est une version de Rogerson et Hansen avec indivisibilité du travail et dans laquelle la fonction d'utilité de l'agent représentatif est linéaire en heures travaillées, mais logarithmique dans l'unique produit de consommation.

Notre deuxième et troisième modèle maintient la fonction d'utilité de Hansen et Rogerson mais on y introduit une technologie qui affiche des rendements d'échelle croissants pour des firmes en concurrence monopolistique. Le modèle 2 montre un état stationnaire déterminé avec des dynamiques de point selle, alors que le modèle 3 possède un état stationnaire indéterminé. Farmer et Guo examinent lorsque le modèle génère des séries temporelles largement ressemblantes aux fluctuations de l'économie US d'après la guerre de Corée (1954

à 1991) en analysant les moments, la persistance, les fonctions de réponse d'impulsion et les résidus de Solow. En ce qui concerne le projet, nous nous attelons à analyser les modèles en tenant compte de la réponse au choc, des moments et des corrélations (décalée et non décalées).

Notre première économie à rendements croissants, i.e. le modèle 2, est similaire au modèle étudié par Baxter et King, mais alors que ces derniers utilisent des externalités pour réconcilier les rendements croissant sociaux avec des marchés à facteurs concurrentiels, dans le modèle 2 nous supposons que la production est issue d'un continuum d'inputs intermédiaires, chacun étant produit par un concurrent monopolistique. Cette différence veut dire que notre économie peut afficher des profits positifs, en présence de libre entrée, depuis que chaque entrant dans le marché pour des inputs intermédiaires est supposé produire un produit différencié.

Le modèle 3 utilise aussi des marchés en concurrence monopolistique mais prend une différente calibration de certains paramètres clefs. Cette différence implique que les dynamiques du modèle linéarisé ne fournissent plus assez de restrictions pour déterminer uniquement les équilibres des anticipations rationnelles en des termes fondamentaux.

Paramètres suggérés par les autres études

Pour les trois économies, on fixe $\gamma=0$, on utilise un facteur d'escompte commun : $\rho=0.99$ et un taux de dépréciation trimestriel $\delta=0.025$, tout cela étant standard dans la littérature RBC.

Pour le modèle 1, on prend un paramètre de préférence $A=2.86$, la part du capital du revenu national $a=0.36$ et un paramètre de persistance pour le choc technologique $\theta=0.95$ et l'écart type pour l'innovation de ce choc étant de $\sigma_\eta=0.007$

L'ensemble des données sont disponibles, suivant les économies étudiées sur la publication. On notera cependant une erreur dans la Table II, page 56 de la publication du Journal of Economic Theory 63, 42-72 (1994). On lira pour M3 : $\alpha=0.4$ et non $\alpha=1.4$ (la justification de cette correction est issue de (13))

Une importante hypothèse à propos des profits monopolistiques

On notera que le paramètre de la part du travail b trouvé par Christiano est compris entre 0.57 et 0.75. On prendra les valeurs données dans l'article qui sont comprises dans cet intervalle.

Pour fixer la part du capital a , de nombreuses études supposent que $a+b=1$. Cela est vrai pour les RBC standards et aussi vrai pour les travaux de Baxter et King qui attribuent des rendements croissants aux effets des externalités. Nous trouvons que l'ingrédient clef de notre économie d'esprits animaux (M3) est l'hypothèse selon laquelle $a+b<1$.

Pour la simulation de nos économies, Farmer et Guo avons pris la décision arbitraire de fixer les rendements de la valeur capitalisée des profits monopolistique à 7% du revenu national. Dans M2, la part totale dans le revenu national de tous les autres facteurs vaut 37%, dans laquelle ils attribuent 30% au capital physique et 7% à la valeur capitalisée des profits monopolistiques. Dans M3, on a 30% du revenu national comme rendement de tous les autres facteurs. Dans cette version ils postulent que 23% du revenu national représente un rendement du capital physique et les 7% restant représentent les rentes monopolistiques. Les valeurs de a et α déduites de ces formulations sont données dans la Table II de l'article de Farmer et Guo.

Hypothèses de simulation dans chaque économie

Les propriétés des équations dynamiques qui décrivent nos trois modèles dépendent de l'écart que les valeurs propres de J ont par rapport à l'intérieur du cercle unité. Depuis que le processus qui guide la perturbation technologique n'est pas couplé avec les deux autres équations, une des racines de J sera égale à $1/\theta$. Cette racine sera plus grande que un en valeur absolue car l'hypothèse de perturbation de la productivité est stationnaire. Dans M1 (Modèle RBC standard), les deux autres racines de J peuvent se dédoubler autour de l'unité, et donc l'état stationnaire est un point selle.

Dans le cas où la technologie est assujettie à des rendements croissants, il n'est pas nécessairement vrai que l'état stationnaire du modèle est un point selle. Cependant, nous avons choisi nos paramètres pour M2 de telle manière à ce que la propriété du point selle soit préservée.

M3 diffère des deux premières économies dans le sens où le degré des rendements croissants au travail est largement suffisant pour causer une pentification vers le haut plus forte de la courbe de demande de travail. Cela est reflété dans les faits que le paramètre β dans M3 est bien plus grand que l'unité.

La table III de l'article reporte les valeurs des racines de J des trois économies, que l'on retrouve exactement via MatLab³.

³ cf. annexes MatLab

Simulation des modèles

Une fois la calibration, les calculs des états stationnaires et les log-linéarisation de nos équations statiques et dynamiques effectuées sous MatLab⁴, pour nos trois économies, nous avons suivie la procédure précisée par les auteurs de l'article afin de réaliser les fonctions de réponse au choc. Il s'en suit les simulations stochastiques et le calcul des moments.

Détermination des fonctions de réponse

Nous obtenons les systèmes d'équations statiques (19) et dynamiques (20) des auteurs écrites dans les parties précédentes, en modélisant sous le logiciel les relations suivantes :⁵

Système des équations statiques : $M_1 X_t = M_2 s_t$

Système des équations dynamique : $M3I_{t+1} + M3Ls_t = M4IX_{t+1} + M4LX_{t+1} + M5E_{t+1}$

Par leur intermédiaire nous avons pu calculer les matrices J et R telles que :

$$J = [M4L(M1)^{-1}M2 - M3]^{-1} [M3I - M4I(M1)^{-1}M2]$$

$$R = [M4L(M1)^{-1}M2 - M3]^{-1} M5$$

Le système d'équation (20) ainsi obtenu, nous permet d'en déduire pour nos trois économies la matrice des valeurs propres, $MU1 = Q^{-1}JQ$ avec Q la matrice des vecteurs propres.

Résumé dans le tableau suivant :

	Model 1	Model 2	Model 3
Racine 1	0.9324	0.8294	1.0746 + 0.1157i
Racine 2	1.0618	1.0720	1.0746 - 0.1157i
Racine 3(1/θ)	1.0526	1.0526	N/A

Par conséquent, pour les deux premiers modèles, nous sommes en présence d'un point selle, afin de sélectionner sa branche stable, nous écrivons C_t en fonction de K_t et Z_t que nous substituons dans l'équation d'accumulation du capital.⁶ A la différence du modèle 3, les économies 1 et 2, sont dirigées par le processus stochastique Z_t .

En effet de part ces hypothèses, l'économie 3 substitue le choc technologique Z_t par celui d'un esprit animal sur la consommation, un processus « Sunspot » V_t (dit de tache solaire) possédant un écart-type $\sigma_v = 0,00217$. Ce processus sera égale à zéro pour nos deux premières économies tandis que $Z_t = 1$ et $\sigma_\eta = 0$ pour la troisième économie, comme décrit dans les systèmes d'équation (21), (22) et (23).

⁴ cf. annexes MatLab

⁵ Détail des étapes & calculs en annexes pages 30 à 31

⁶ Détail de la procédure en annexes

La consommation C_t ayant été éliminée par substitution, nous pouvons tout de même en déduire ses valeurs en fonction de K_t et Z_t selon l'équation :⁷

$$\widehat{C}_{t+1} = -\frac{Q_{11}^*}{Q_{12}^*} \widehat{K}_{t+1} - \frac{Q_{13}^*}{Q_{12}^*} \widehat{Z}_{t+1}$$

Ainsi, de ces relations, nous pouvons obtenir la réponse des variables d'états en $t+1$ en fonction de leur valeur en t , que nous notons dans une matrice *PIB* :

$$\begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{A}_{t+1} \end{bmatrix} = PIB \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{A}_t \end{bmatrix} + PIN \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_t \end{bmatrix}$$

Avec :

<i>PIB</i>	Model 1		Model 2		Model 3	
	0.9418	0.1552	0.9328	0.2638	0.6825	0.7626
	0	0.9500	0	0.9500	-0.0868	1.1573

De même à partir du système (19), nous obtenons la dynamique des variables de contrôles en fonction des variables d'états, notée dans une matrice *PIC* :

$$X_t = PIC \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{A}_t \end{bmatrix}$$

Avec :

<i>PIC</i>	Model 1		Model 2		Model 3	
	-1.3273	6.2091	-1.6879	10.5516	-11.7003	30.5052
	-0.4766	1.4715	-0.4640	2.0925	-1.9167	4.8333
	0.0550	1.9417	0.0124	2.8833	-1.9167	5.8333
	0.5316	0.4703	0.4764	0.7907	0	1.0000
	0.5316	0.4703	0.4764	0.7907		

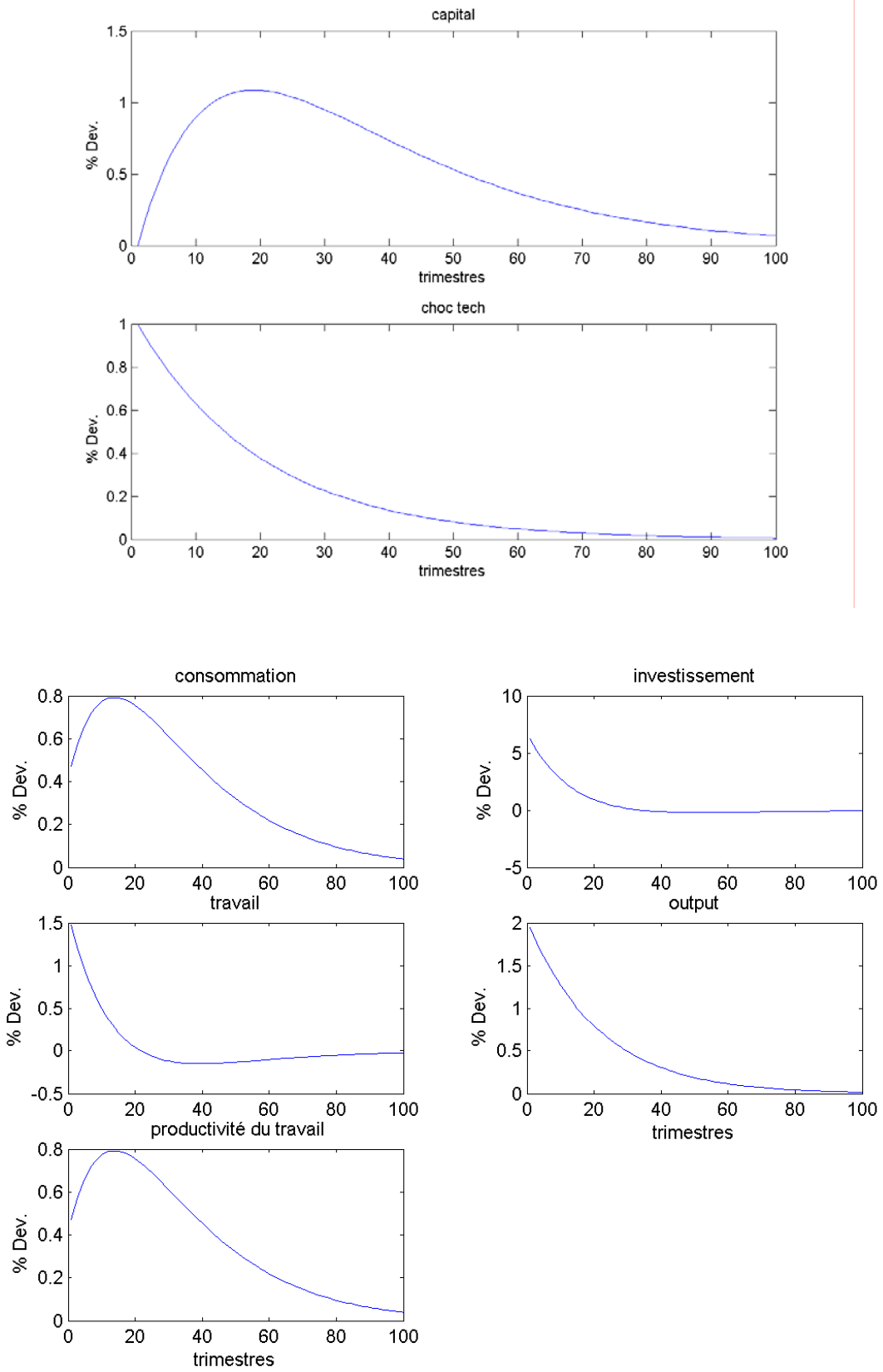
Ces matrices vous nous permettre de déterminer les fonctions de réponse à un choc pour nos trois économies.

Graphiques et interprétations

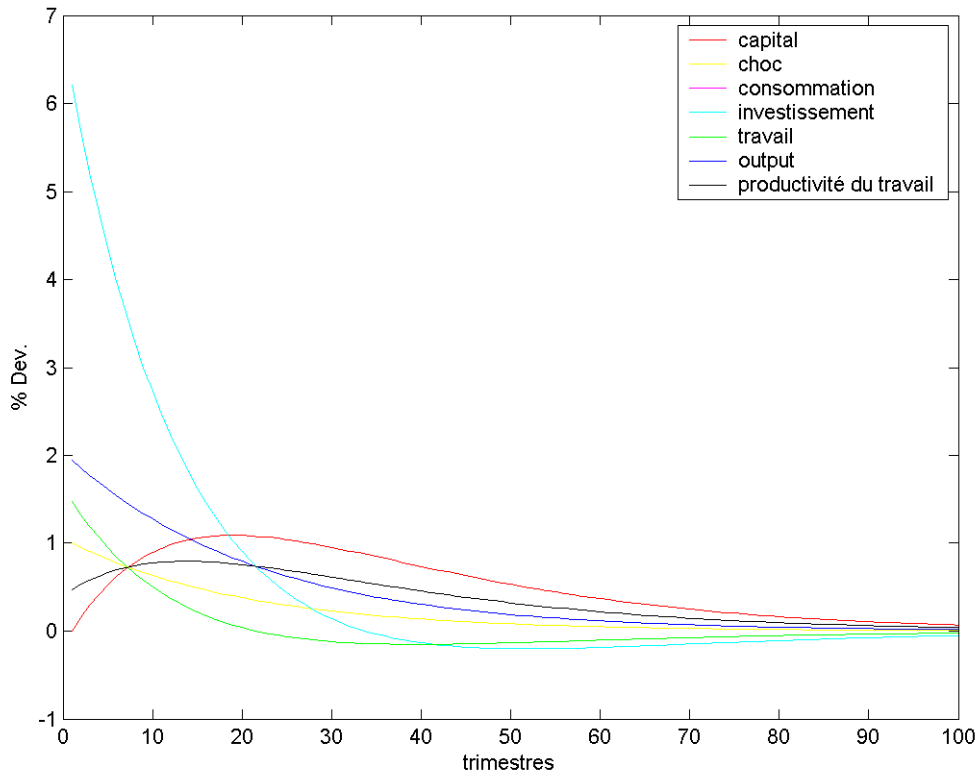
Graphiques reflétant la réaction de nos économies respectives des suites d'un choc de productivité des facteurs.

⁷ Présenté & explicité en annexes

Economie 1

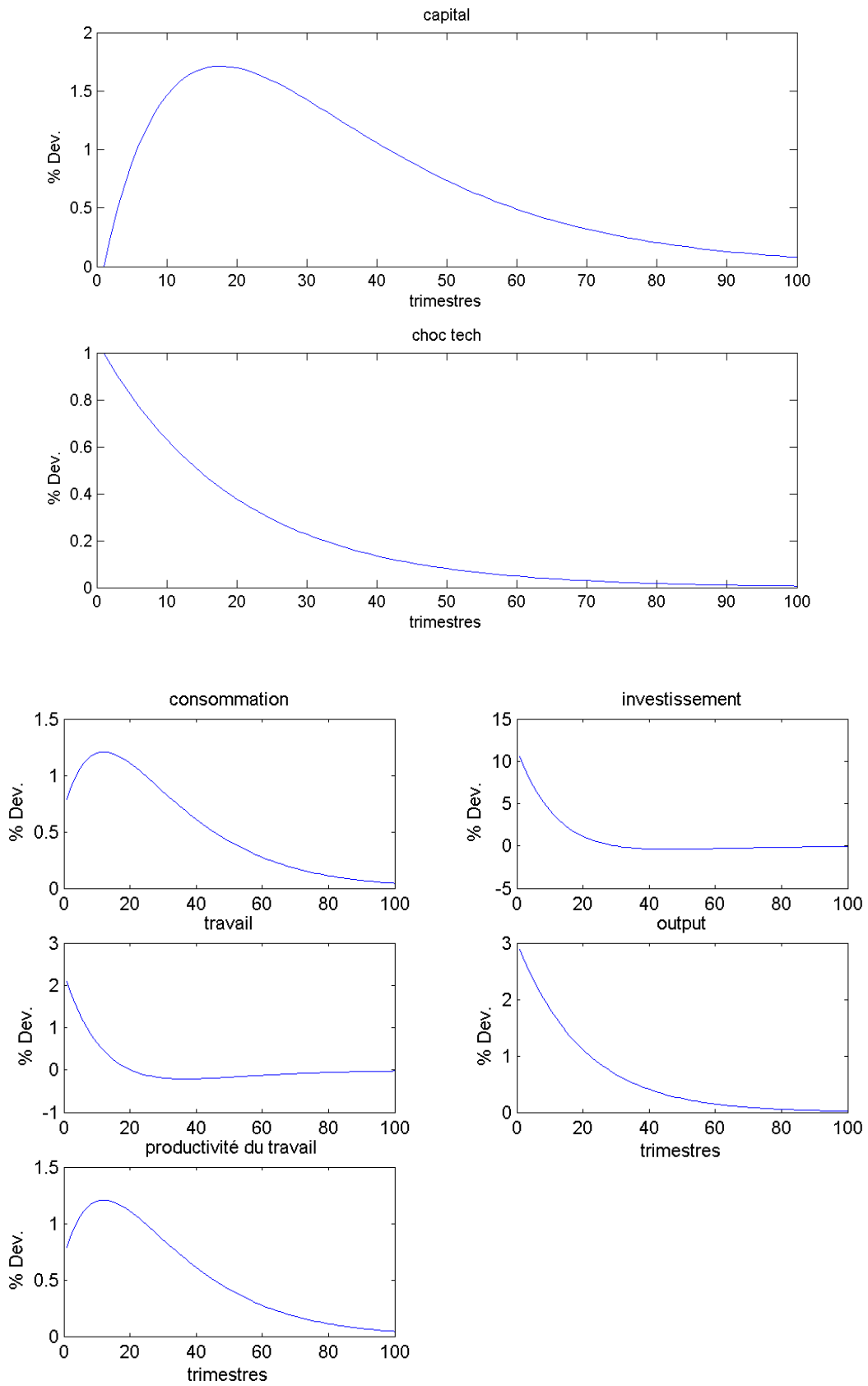


Confrontation des chocs sur un même graphique

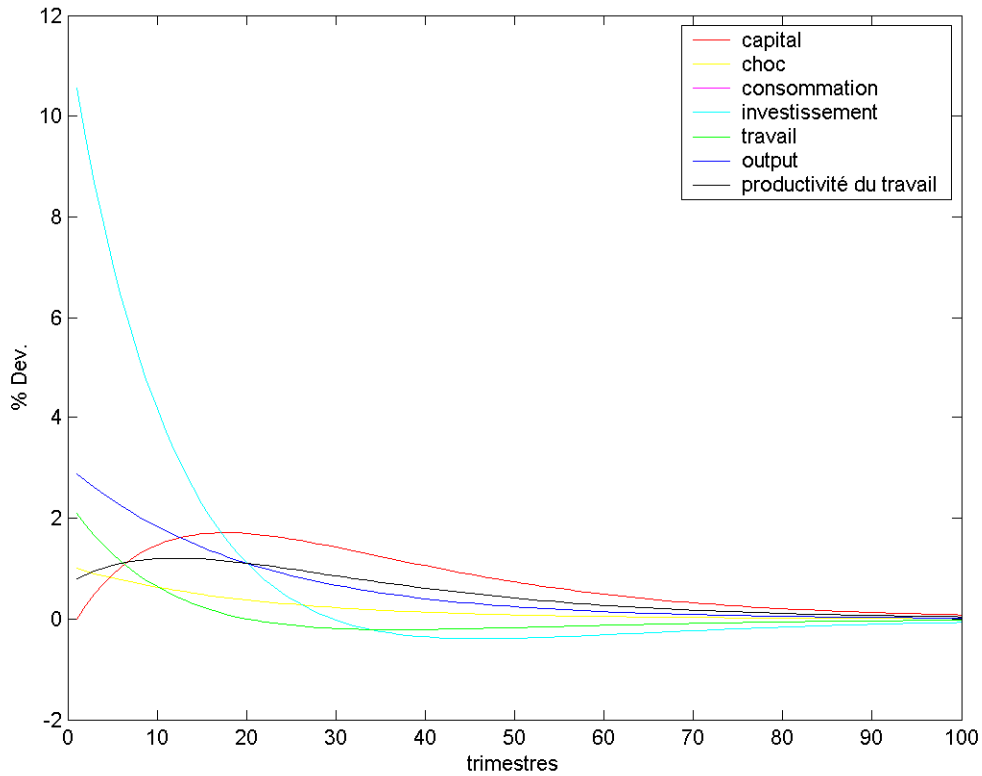


Le niveau d'investissement, et dans une moindre mesure, de la production (output) et des heures travaillées, augmentent instantanément. Le niveau du capital s'ajuste progressivement à la situation causée par le choc, et il en est de même pour la productivité du travail. Le retour à zéro de l'impact du choc sur le long terme garantit la bonne marche du choc temporaire sur notre économie.

Economie 2

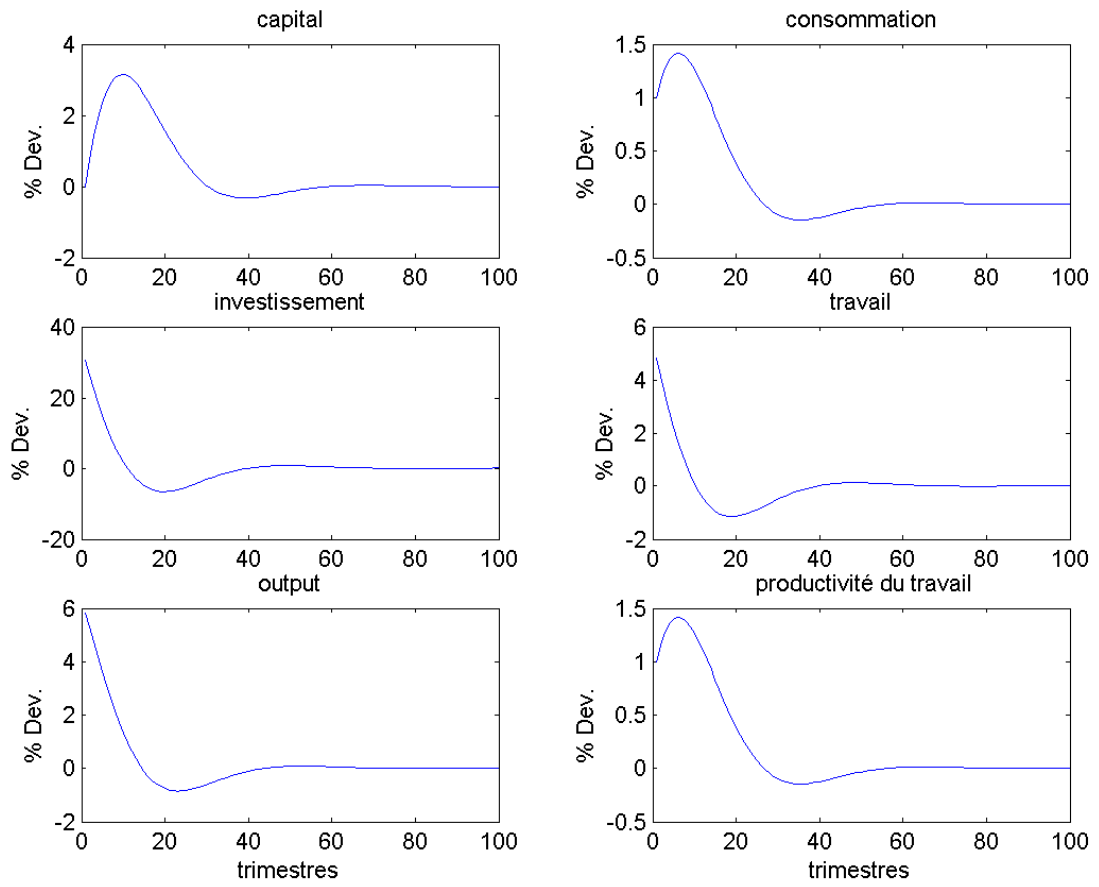


Confrontation des chocs sur un même graphique

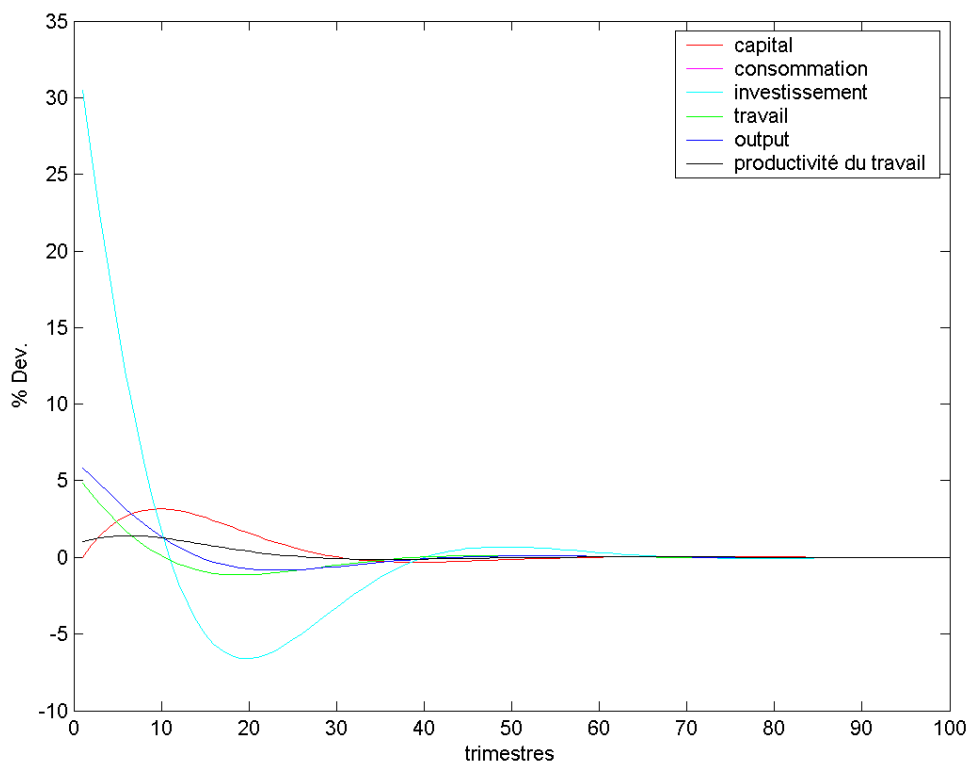


On constate que les réponses au choc sont sensiblement identiques à ceux de l'économie 1, seul les écarts de grandeur change. En effet, les économies 1 et 2 sont très semblables, elles diffèrent seulement par l'hypothèse de rendement croissant présent sur l'économie 2 comme explicité dans les parties précédentes.

Economie 3



Confrontation des chocs sur un même graphique



Dans le cas de l'économie 3, les réponses au choc sont forcément différentes étant donnée l'absence du processus Z_t et la présence du processus de Sunspot V_t .

Comparativement aux deux modèles précédents, la réponse au choc est plus forte et variée. En effet, elle provoque une grande chute de l'investissement, de même dans une moindre mesure pour les heures de travail et la production (output), les amenant à une variation de l'écart type négative avant un retour à zéro sur le long terme.

La forme sinusoïdale des courbes est caractéristique d'un système d'équations dynamiques avec racines complexes.

Simulations stochastiques et calculs des moments

Les auteurs comparent les résultats de leurs simulations avec les données US observées de l'après guerre de Corée de 1953 à 1991. Les résultats obtenus de nos simulations sont sensiblement égaux à ceux de l'article. Nous avons préféré réaliser 200 simulations de 151 trimestres afin d'améliorer la précision tandis que les auteurs avait quant à eux effectués 100 simulations de 151 trimestres. Ces 151 trimestres correspondent aux 37 années de données américaines observées.

Toutes les séries simulées ont été traitées par l'intermédiaire du filtre de Hodrick-Prescott afin d'en extraire la composante cyclique. Nous en obtenons les statistiques suivantes :

Moyennes des Ecart-types obtenu des simulations

Ecart-types	Donnée US	Model 1	Model 2	Model 3
Y	1.73 (1.00)*	1.74 (1.0000)	1.72 (1.0000)	1.74 (1.0000)
C	0.86 (0.50)	0.51 (0.2900)	0.55 (0.3227)	0.41 (0.2363)
I	7.78 (4.50)	5.56 (3.1937)	6.27 (3.6505)	9.08 (5.2137)
L	1.50 (0.87)**	1.33 (0.7606)	1.25 (0.7274)	1.44 (0.8280)
P	1.67 (0.97) 0.88 (0.51)*** 0.82 (0.47)	0.51 (0.2900)	0.55 (0.3227)	0.41 (0.2363)

Notes : *Entre parenthèse, ratio des écart-types par rapport à l'output
 **Les deux séries correspondent aux heures travaillées, issue de deux sources différentes, the household survey et the establishment survey.
 ***Il en est de même pour la productivité du travail puisqu'elle est construite à partir des heures de travail.

On constate que les trois économies modélisées ont approximativement la même variance que les données réelles, bien que la consommation et la productivité sont sous estimés, notamment dans le modèle avec tache solaire. A l'inverse, ce dernier modèle, approche le mieux la réalité en ce qui concerne la production et les heures travaillées.

Moyennes des Corrélations par rapport à l'output obtenu des simulations

Corrélations	Donnée US	Model 1	Model 2	Model 3
Y		1.0000	1.0000	1.0000
C	0.77	0.8734	0.8924	0.7860
I	0.84	0.9917	0.9892	0.9896
L	0.86	0.9824	0.9795	0.9842
P	0.88 0.50 0.32	0.8734	0.8924	0.7860

L'étude des corrélations reflète le haut niveau de dépendance entre nos variables et de la production. Ces niveaux semblent surestimés par nos modèles. Cependant du point de vue de la consommation, l'économie 3 avec Sunspot est la plus proche de la réalité.

Moyennes des Corrélations décalé des variables

Corrélations	Model 1			Model 2			Model 3		
	t-1	t-2	t-3	t-1	t-2	t-3	t-1	t-2	t-3
Y	0.7006	0.4527	0.2551	0.6994	0.4509	0.2531	0.7221	0.4826	0.2840
C	0.8058	0.6142	0.4356	0.7975	0.6009	0.4201	0.8609	0.6969	0.5243
I	0.6902	0.4369	0.2375	0.6869	0.4318	0.2318	0.7108	0.4652	0.2645
L	0.6884	0.4341	0.2343	0.6851	0.4292	0.2288	0.7096	0.4633	0.2624
P	0.8058	0.6142	0.4356	0.7975	0.6009	0.4201	0.8609	0.6969	0.5243

Données US

Corrélations	Données		
	t-1	t-2	t-3
Y	0.85	0.63	0.38
C	0.84	0.65	0.48
I	0.76	0.47	0.20
L	0.83	0.62	0.42
P	0.53	0.25	-0.06

Calculées à la suite des coefficients de modèle autorégressif d'ordre 1 sur les séries simulés (le programme a été effectué sous MatLab pour nos trois économies), les autocorrélations de nos simulations s'écartent environ de 10 points de celles des auteurs. Mais ils montrent tout de même la capacité du modèle avec Sunspot à imiter les hautes caractéristiques de persistance des données détendancées sans pour autant que cette persistance soit dans le processus dirigeant.

Les auteurs ont également effectué un VAR (vecteur autorégressif) afin d'étudier les fonctions de réponse d'impulsion. Il consistait d'un trend linéaire temporel et de 5 retards du PIB réel, des heures travaillées (issue du household survey), de la consommation réelle de biens et services et de l'investissement privé sur la période 1954-1991. Chose que nous ne pouvions reproduire par manque de précision de la part des auteurs et de la complexité de la modélisation sous MatLab en comparaison à d'autres logiciels mieux adaptés à l'économétrie (GAUSS, eviews, RATS...).

A la fin de l'article, les auteurs ont également calculé le résidu de Solow pour l'économie réel et la troisième économie avec Sunspot.

Conclusion

De nombreux économistes ont déconsidéré les phénomènes auto-réalisateurs, les dénigrant au profit de raisonnement qu'ils considéraient plus rationnel ou tout au plus, moins insolite.

L'article de Farmer et Guo fait donc référence comme étant l'un des premiers à montrer que non seulement les esprits animaux peuvent conduire les cycles mais que ce phénomène peut être modélisé de manière relativement proche du paradigme des cycles réels. Cet article doit donc être vu comme un début de recherche concernant les économies à rendement d'échelle croissant qui selon les auteurs permettrait de surmonter certaines imperfections des modèles RBC standards.

De plus l'étude pratique que nous avons menée nous permet de retrouver les résultats de Farmer et Guo qui confirment ces dires.

Annexes

Log-linéarisation autour du point stationnaire

Avec la condition la condition d'optimalité suivante : $\frac{1}{C_t} = E_t \left[\frac{\rho}{C_{t+1}} \left(a \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}} + 1 - \delta \right) \right]$

$$\text{On a : } -\frac{\widehat{C}_t C^*}{C^{*2}} = E_t \left[\rho a \frac{\widehat{Y}_{t+1} Y^*}{C^* K^*} - \rho a \frac{\widehat{C}_{t+1} C^* Y^*}{C^{*2} K^*} - \rho a \frac{\widehat{K}_{t+1} K^* Y^*}{C^* K^{*2}} - \frac{\widehat{C}_t C^*}{C^{*2}} \rho (1 - \delta) \right]$$

$$\text{Donc } \widehat{C}_t = E_t \left[-\rho a \frac{\widehat{Y}_{t+1} Y^*}{K^*} + \rho a \frac{\widehat{C}_{t+1} Y^*}{K^*} + \rho a \frac{\widehat{K}_{t+1} Y^*}{K^*} + \widehat{C}_{t+1} \rho (1 - \delta) \right]$$

$$\text{Or } \frac{1}{C^*} = \frac{\rho a Y^*}{C^* K^*} + \frac{\rho (1 - \delta)}{C^*} \text{ donc } 1 = \frac{\rho a Y^*}{K^*} + \tau \text{ et donc } \frac{\rho a Y^*}{K^*} = 1 - \tau$$

$$\text{Donc } \widehat{C}_t = (\tau - 1) E_t [\widehat{Y}_{t+1}] - (\tau - 1) E_t [\widehat{C}_{t+1}] - (\tau - 1) E_t [\widehat{K}_{t+1}] + \tau E_t [\widehat{C}_{t+1}]$$

$$\text{D'où } \boxed{\widehat{C}_t = (\tau - 1) E_t [\widehat{Y}_{t+1}] - (\tau - 1) E_t [\widehat{K}_{t+1}] + E_t [\widehat{C}_{t+1}]}$$

Avec l'équation d'accumulation du capital suivante : $K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + Y_t - C_t$

$$\text{On a : } \boxed{\widehat{K}_{t+1} = \frac{Y^*}{K^*} \widehat{Y}_t + (1 - \delta) \widehat{K}_t - \frac{Y^*}{K^*} \widehat{C}_t}$$

Avec la fonction de production (Technologie Cobb-Douglas) suivante : $Y_t = Z_t K_t^\alpha L_t^\beta$

$$\text{On a : } \boxed{\widehat{Y}_t = \alpha \widehat{K}_t + \widehat{Z}_t + \beta \widehat{L}_t}$$

Détermination du système transformé

D'après les équations (1) et (2), on en déduit les équations suivantes :

$$Y_t = Z_t K_t^\alpha L_t^\beta \text{ donc } AC_t L_t = b Z_t K_t^\alpha L_t^{\beta+\gamma} \text{ donc } L_t^{\beta+\gamma-1} = \frac{AC_t}{b Z_t K_t^\alpha} \text{ donc } L_t = \left(\frac{A}{b} \frac{C_t}{Z_t K_t^\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta+\gamma-1}}$$

Avec $\phi = \frac{1}{\beta+\gamma-1}$ on obtient $L_t = \left(\frac{A}{b} \frac{C_t}{Z_t K_t^\alpha} \right)^\phi$

D'après l'équation (3), on a : $\frac{1}{C_t} = E_t \left[\frac{\rho}{C_{t+1}} \left(a \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}} + 1 - \delta \right) \right]$

En y injectant l'équation (1), on obtient : $\frac{1}{C_t} = E_t \left[\frac{\rho}{C_{t+1}} \left(a \frac{Z_{t+1} K_{t+1}^\alpha L_{t+1}^\beta}{K_{t+1}} + 1 - \delta \right) \right]$

On remplace par ce qui précède, et on a : $\frac{1}{C_t} = E_t \left[\frac{\rho}{C_{t+1}} \left(a Z_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} \left(\frac{A}{b} \frac{C_{t+1}}{Z_{t+1} K_{t+1}^\alpha} \right)^{\phi\beta} + 1 - \delta \right) \right]$

En développant, on a : $\frac{1}{C_t} = E_t \left[\frac{\rho a Z_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} \left(\frac{A}{b} \frac{C_{t+1}}{Z_{t+1} K_{t+1}^\alpha} \right)^{\phi\beta} + \rho(1-\delta)}{C_{t+1}} \right]$

Donc $\frac{1}{C_t} = E_t \left[\rho a \left(\frac{A}{b} \right)^{\beta\phi} Z_{t+1}^{1-\beta\phi} K_{t+1}^{\alpha(1-\beta\phi)} C_{t+1}^{\beta\phi-1} + \frac{\rho(1-\delta)}{C_{t+1}} \right]$

On retrouve bien (16) en posant: $m = 1 - d = 1 - \beta\phi$, $D = \rho a \left(\frac{A}{b} \right)^{\beta\phi}$, $g = \alpha m$ et $\tau = \rho(1 - \delta)$.

On obtient donc : $\frac{1}{C_t} = E_t \left[D Z_{t+1}^m K_{t+1}^{g-1} C_{t+1}^{d-1} + \frac{\tau}{C_{t+1}} \right]$

D'après l'équation (4), on a : $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + Y_t - C_t = (1-\delta)K_t + Z_t K_t^\alpha \left(\frac{A}{b} \frac{C_t}{Z_t K_t^\alpha} \right)^{\beta\phi} - C_t$

Or $Z_t K_t^\alpha \left(\frac{A}{b} \frac{C_t}{Z_t K_t^\alpha} \right)^{\beta\phi} = B Z_t^m K_t^g C_t^d$ avec $B = \left(\frac{A}{b} \right)^d$ et $g = \alpha m = \alpha(1-\beta\phi)$

Donc $\boxed{K_{t+1} = B Z_t^m K_t^g C_t^d + (1-\delta)K_t - C_t}$

On a aussi $\boxed{Z_{t+1} = Z_t^\theta \eta_t}$

On obtient donc le système (16) transformé suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{t+1} = B Z_t^m K_t^g C_t^d + (1-\delta)K_t - C_t \\ \frac{1}{C_t} = E_t \left[D Z_{t+1}^m K_{t+1}^{g-1} C_{t+1}^{d-1} + \frac{\tau}{C_{t+1}} \right] \\ Z_{t+1} = Z_t^\theta \eta_t \end{array} \right.$$

Etat stationnaire

D'après l'équation suivante du système transformé : $\frac{1}{C^*} = DK^{*g-1}C^{*d-1} + \frac{\tau}{C^*}$

Donc $C^{*d} = \frac{1-\tau}{DK^{*g-1}}$ et donc $C^* = \left[\frac{1-\tau}{D}\right]^{1/d} K^{*1-g/d}$

En posant $\nu = \left[\frac{1-\tau}{D}\right]^{1/d}$ et $\chi = \frac{1-g}{d}$ on obtient $C^* = \nu(K^*)^\chi$

De plus : $K^* = BK^{*g}C^{*d} + (1-\delta)K^* - C^*$ car $Z^* = 1$

Et donc $\delta K^* = BK^{*g} \frac{1-\tau}{DK^{*g-1}} - \left[\frac{1-\tau}{DK^{*g-1}}\right]^{1/d}$

Donc $K^* \left(\delta - B \frac{1-\tau}{D}\right) = -K^{*1-g/d} \left[\frac{1-\tau}{D}\right]^{1/d}$ donc $K^* = \left(\frac{D^{1/d} D\delta - B(1-\tau)}{D (1-\tau)^{1/d}}\right)^{1/\left(\frac{1-g}{d}-1\right)}$

Et en posant $\frac{1}{\frac{1-g}{d}-1} = \frac{1}{\chi-1}$ et $\omega = B \frac{1-\tau}{D} - \delta$ on obtient $K^* = \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^{1/(\chi-1)}$

Log-linéarisation autour du point stationnaire du système transformé

Développement de Taylor du premier ordre autour du point $\{K^*, C^*, 1\}$ à partir de (16) :

$$\widehat{C}_t = E_t \left[-mDZ^* K^{*g-1} C^{*d} \widehat{Z}_{t+1} - (g-1)DZ^* K^{*g-1} C^{*d} \widehat{K}_{t+1} - (d-1)DZ^* K^{*g-1} C^{*d} \widehat{C}_{t+1} + \tau \widehat{C}_{t+1} \right]$$

Or $\frac{1}{C^*} = DZ^* K^{*g-1} C^{*d-1} + \frac{\tau}{C^*}$ donc $DZ^* K^{*g-1} C^{*d} = 1 - \tau$

Donc $\widehat{C}_t = (g-1)(\tau-1)E_t[\widehat{K}_{t+1}] + (1+d(\tau-1))E_t[\widehat{C}_{t+1}] + m(\tau-1)E_t[\widehat{Z}_{t+1}]$

De même, on obtient $\widehat{Z}_{t+1} = \theta \widehat{Z}_t + \widehat{\eta}_{t+1}$

Donc $\widehat{Z}_t = \frac{1}{\theta} \widehat{Z}_{t+1} - \frac{1}{\theta} \widehat{\eta}_{t+1}$

D'après (16), on a :

$$\widehat{K}_{t+1} K^* = BmZ^{*m-1} K^{*g} C^{*d} \widehat{Z}_t Z^* + BgZ^{*m} K^{*g-1} C^{*d} \widehat{K}_t K^* + BdZ^{*m} K^{*g} C^{*d-1} \widehat{C}_t C^* + (1-\delta) \widehat{K}_t K^* - \widehat{C}_t C^*$$

Or $K^* = BZ^{*m} K^{*g} C^{*d} + (1-\delta)K^* - C^*$ donc $\delta + \frac{C^*}{K^*} = BZ^{*m} K^{*g-1} C^{*d}$

De plus, $K^* = \left[\frac{\omega}{\nu} \right]^{\frac{1}{\chi-1}}$ et $C^* = \nu (K^*)^\chi$ donc $\frac{C^*}{K^*} = \omega$

Donc $\delta + \omega = BZ^{*m} K^{*g-1} C^{*d}$

Donc $\widehat{K}_{t+1} = (g(\delta + \omega) + 1 - \delta) \widehat{K}_t + (d(\delta + \omega) - \omega) \widehat{C}_t + m(\delta + \omega) \widehat{Z}_t$

On souhaite avoir \widehat{K}_t en fonction de \widehat{K}_{t+1} , \widehat{C}_{t+1} et \widehat{Z}_{t+1} .

On remarque que : $\delta + \omega = BZ^{*m} K^{*g-1} C^{*d} = \frac{B(1-\tau)}{D} = \frac{1-\tau}{a\rho}$

Et on pose, pour simplifier les calculs : $\begin{cases} M' = m(\delta + \omega) \\ G' = g(\delta + \omega) + 1 - \delta \\ D' = d(\delta + \omega) - \omega \end{cases}$

Donc $\widehat{K}_t + \frac{M'}{G'} \widehat{Z}_t + \frac{D'}{G'} \widehat{C}_t = \frac{1}{G'} \widehat{K}_{t+1}$

En utilisant les valeurs de \widehat{C}_t et \widehat{Z}_t trouvées précédemment, on obtient :

$$\widehat{K}_t = -\frac{D'}{G'}(g-1)(\tau-1)E_t[\widehat{K}_{t+1}] - \frac{D'}{G'}(1+d(\tau-1))E_t[\widehat{C}_{t+1}] - \frac{D'}{G'}(\tau-1)mE_t[\widehat{Z}_{t+1}] - \frac{M'}{G'\theta}\widehat{Z}_{t+1} + \frac{1}{G'}\widehat{K}_{t+1} + \frac{M'}{G'\theta}\widehat{\eta}_{t+1}$$

Nous obtenons, d'après les équations précédentes, donc l'équation matricielle (19) suivante :

$$s_t = \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{C}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{C}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} \widehat{\eta}_{t+1} \\ E[\widehat{K}_{t+1}] - \widehat{K}_{t+1} \\ E[\widehat{C}_{t+1}] - \widehat{C}_{t+1} \\ E[\widehat{Z}_{t+1}] - \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix}$$

$$\text{Avec } J = \begin{bmatrix} \frac{1}{G'} - \frac{D'}{G'}(g-1)(\tau-1) & -\frac{D'}{G'}(1+d(\tau-1)) & -\frac{D'}{G'}(\tau-1)m - \frac{M'}{G'\theta} \\ (g-1)(\tau-1) & 1+d(\tau-1) & m(\tau-1) \\ 0 & 0 & \frac{1}{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\text{Et } R = \begin{bmatrix} \frac{M'}{G'\theta} & -\frac{D'}{G'}(g-1)(\tau-1) & -\frac{D'}{G'}(1+d(\tau-1)) & -\frac{D'}{G'}(\tau-1)m \\ 0 & (g-1)(\tau-1) & 1+d(\tau-1) & m(\tau-1) \\ -\frac{1}{\theta} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{On a } W = J^{-1} = \begin{bmatrix} G' & D' & M' \\ -\frac{G'(g-1)(\tau-1)}{1+d(\tau-1)} & \frac{1-D'(g-1)(\tau-1)}{1+d(\tau-1)} & -\frac{(\tau-1)(M'(g-1)+m\theta)}{1+d(\tau-1)} \\ 0 & 0 & \theta \end{bmatrix}$$

$$\text{Et } Q = -J^{-1}R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{m(\tau-1)}{1+d(\tau-1)} & -\frac{(g-1)(\tau-1)}{1+d(\tau-1)} & -1 & -\frac{m(\tau-1)}{1+d(\tau-1)} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De plus, on sait que : $L_t = \left(\frac{A}{b} \frac{C_t}{Z_t K_t^\alpha} \right)^\phi$ donc $\widehat{L}_t = -\alpha\phi\widehat{K}_t + \phi\widehat{C}_t - \phi\widehat{Z}_t$

De même, d'après l'équation (1), on obtient : $\widehat{Y}_t = \widehat{Z}_t + \alpha \widehat{K}_t + \beta \widehat{L}_t$

Donc \widehat{L}_t dans \widehat{Y}_t , on obtient : $\boxed{\widehat{Y}_t = \alpha(1-\beta\phi)\widehat{K}_t + \beta\phi\widehat{C}_t + (1-\beta\phi)\widehat{Z}_t}$

Ou encore $\widehat{Y}_t = g\widehat{K}_t + d\widehat{C}_t + m\widehat{Z}_t$

D'après l'équation (2), on a : $P_t = \frac{A C_t}{b L_t^\gamma}$

Donc $\widehat{P}_t P^* = \frac{A}{b} \left[\frac{\widehat{C}_t C^*}{L_t^{*\gamma}} - \gamma \frac{C^* L^* \widehat{L}_t}{L_t^{*\gamma+1}} \right]$ or $P^* = \frac{A C^*}{b L^{*\gamma}}$

D'où $\widehat{P}_t = \widehat{C}_t - \gamma \widehat{L}_t = \widehat{C}_t - \gamma\phi(\widehat{C}_t - \widehat{Z}_t - \alpha\widehat{K}_t)$ donc $\boxed{\widehat{P}_t = \alpha\gamma\phi\widehat{K}_t + (1-\gamma\phi)\widehat{C}_t + \gamma\phi\widehat{Z}_t}$

En ce qui concerne l'investissement, on reprend le modèle canonique et on a : $I_t = Y_t - C_t$

Donc $\widehat{I}_t = \frac{1}{Y^* - C^*} (\widehat{Y}_t Y^* - \widehat{C}_t C^*)$

Et donc d'après ce qui précède, on a :

$$\boxed{\widehat{I}_t = \frac{Y^*}{Y^* - C^*} \alpha(1-\beta\phi)\widehat{K}_t + \left(\frac{Y^*}{Y^* - C^*} \beta\phi - \frac{C^*}{Y^* - C^*} \right) \widehat{C}_t + \frac{Y^*}{Y^* - C^*} (1-\beta\phi)\widehat{Z}_t}$$

On obtient donc la matrice M suivante, comme dans l'article de Farmer et Guo (20) :

$$X_t = \begin{bmatrix} \widehat{I}_t \\ \widehat{L}_t \\ \widehat{Y}_t \\ \widehat{P}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y^*}{Y^* - C^*} \alpha(1-\beta\phi) & \frac{Y^*}{Y^* - C^*} \beta\phi - \frac{C^*}{Y^* - C^*} & \frac{Y^*}{Y^* - C^*} (1-\beta\phi) \\ -\alpha\phi & \phi & -\phi \\ \alpha(1-\beta\phi) & \beta\phi & 1-\beta\phi \\ \alpha\gamma\phi & 1-\gamma\phi & \gamma\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{C}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} = M s_t$$

Et on retrouve aussi les matrices M_1 et M_2 suivantes à partir des équations brutes :

$$M_1 X_t = \begin{bmatrix} Y^* - C^* & 0 & -Y^* & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta & 1 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{I}_t \\ \widehat{L}_t \\ \widehat{Y}_t \\ \widehat{P}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -C^* & 0 \\ -\alpha\phi & \phi & -\phi \\ \alpha & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{C}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} = M_2 s_t$$

Avec $Y^* = \left(\frac{A}{b}\right)^{\beta\phi} C^{*\beta\phi} K^{*\alpha(1-\beta\phi)} = \left(\frac{A}{b}\right)^d C^{*d} K^{*g}$

Donc $\frac{Y^*}{K^*} = B\nu^d K^{*g-1+\chi d} = B\nu^d = \frac{B}{D}(1-\tau) = \delta + \omega$

On en déduit donc $(M_1)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\beta Y^*}{Y^* - C^*} & \frac{Y^*}{Y^* - C^*} & 0 \\ \frac{Y^* - C^*}{Y^* - C^*} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 1 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Et on vérifie bien que $\boxed{(M_1)^{-1} M_2 = M}$

On peut présenter les matrices J et R de la manière suivante :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{1 - (d(\delta + \omega) - \omega)(g-1)(\tau-1)}{g(\delta + \omega) + 1 - \delta} & \frac{(\omega - d(\delta + \omega))(1 + d(\tau-1))}{g(\delta + \omega) + 1 - \delta} & -\frac{m((d(\delta + \omega) - \omega)(\tau-1)\theta + (\delta + \omega))}{(g(\delta + \omega) + 1 - \delta)\theta} \\ (g-1)(\tau-1) & 1 + d(\tau-1) & m(\tau-1) \\ 0 & 0 & \frac{1}{\theta} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{m(\delta + \omega)}{(g(\delta + \omega) + 1 - \delta)\theta} & -\frac{(d(\delta + \omega) - \omega)(g-1)(\tau-1)}{g(\delta + \omega) + 1 - \delta} & -\frac{(d(\delta + \omega) - \omega)(1 + d(\tau-1))}{g(\delta + \omega) + 1 - \delta} & -\frac{m(d(\delta + \omega) - \omega)(\tau-1)}{g(\delta + \omega) + 1 - \delta} \\ 0 & (g-1)(\tau-1) & 1 + d(\tau-1) & m(\tau-1) \\ -\frac{1}{\theta} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Avec $M3L = \begin{bmatrix} -g(\delta + \omega) - 1 + \delta & \omega - d(\delta + \omega) & -m(\delta + \omega) \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Et $M3I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -(g-1)(\tau-1) & -1 - d(\tau-1) & -m(\tau-1) \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\theta} \end{bmatrix}$

On vérifie que $\boxed{J = (-M3L)^{-1} M3I}$

De plus, avec $M5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (g-1)(\tau-1) & 1+d(\tau-1) & m(\tau-1) \\ \frac{1}{\theta} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

On vérifie que $R = (-M3L)^{-1} M5$

On a $M3I \begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{C}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} + M3L \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{C}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} = M4I \begin{bmatrix} \widehat{I}_{t+1} \\ \widehat{L}_{t+1} \\ \widehat{Y}_{t+1} \\ \widehat{P}_{t+1} \end{bmatrix} + M4L \begin{bmatrix} \widehat{I}_t \\ \widehat{L}_t \\ \widehat{Y}_t \\ \widehat{P}_t \end{bmatrix} + M5 \begin{bmatrix} \widehat{\eta}_{t+1} \\ E[\widehat{K}_{t+1}] - \widehat{K}_{t+1} \\ E[\widehat{C}_{t+1}] - \widehat{C}_{t+1} \\ E[\widehat{Z}_{t+1}] - \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix}$

Avec $M4I = M4L = 0_{3 \times 4}$

Equations des trois économies

Sélection de la branche stable pour nos économies 1 & 2 :

$$\text{On a : } s_t^* = \begin{bmatrix} K_t^* \\ C_t^* \\ Z_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{t+1}^* \\ C_{t+1}^* \\ Z_{t+1}^* \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} \widehat{\eta}_{t+1} \\ \widehat{e}_{t+1} \end{bmatrix} = \Lambda s_{t+1}^* + \Omega \begin{bmatrix} \widehat{\eta}_{t+1} \\ \widehat{e}_{t+1} \end{bmatrix}$$

Or par itération, $s_t^{*1} = 0$ avec $s_t^* = Q^{-1}s_t$ donc $s_{t+1}^{*1} = 0$

$$\text{Donc } s_{t+1}^{*1} = Q_{11}^* \widehat{K}_{t+1} + Q_{12}^* \widehat{C}_{t+1} + Q_{13}^* \widehat{Z}_{t+1} = 0$$

$$\text{Donc } \widehat{C}_{t+1} = -\frac{Q_{11}^*}{Q_{12}^*} \widehat{K}_{t+1} - \frac{Q_{13}^*}{Q_{12}^*} \widehat{Z}_{t+1}$$

$$\text{Donc } \widehat{C}_{t+1} = \begin{bmatrix} -\frac{Q_{11}^*}{Q_{12}^*} & -\frac{Q_{13}^*}{Q_{12}^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = GG \begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix}$$

La première et la dernière ligne de notre système dynamique de nos variables d'état nous donne le système suivant :

$$\begin{cases} \widehat{K}_t = J_{11} \widehat{K}_{t+1} + J_{12} \widehat{C}_{t+1} + J_{13} \widehat{Z}_{t+1} \\ \widehat{Z}_t = \frac{1}{\theta} \widehat{Z}_{t+1} - \frac{1}{\theta} \widehat{\eta}_{t+1} \end{cases}$$

En remplaçant \widehat{C}_{t+1} dans \widehat{K}_t , on obtient : $\widehat{K}_t = J_{11} \widehat{K}_{t+1} + J_{12} \left(-\frac{Q_{11}^*}{Q_{12}^*} \widehat{K}_{t+1} - \frac{Q_{13}^*}{Q_{12}^*} \widehat{Z}_{t+1} \right) + J_{13} \widehat{Z}_{t+1}$

$$\text{Et donc } \widehat{K}_t = \begin{bmatrix} J_{11} - J_{12} \frac{Q_{11}^*}{Q_{12}^*} & J_{13} - J_{12} \frac{Q_{13}^*}{Q_{12}^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = PIBE \begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix}$$

$$\text{Or } \widehat{Z}_t = \frac{1}{\theta} \widehat{Z}_{t+1} - \frac{1}{\theta} \widehat{\eta}_{t+1} \text{ donc : } \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} - J_{12} \frac{Q_{11}^*}{Q_{12}^*} & J_{13} - J_{12} \frac{Q_{13}^*}{Q_{12}^*} \\ 0 & \frac{1}{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \widehat{\eta}_{t+1} \end{bmatrix}$$

Or on veut \widehat{K}_{t+1} en fonction de \widehat{K}_t donc :

$$\begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & J_{13} - J_{12} \frac{Q_{13}^*}{Q_{12}^*} \\ J_{11} - J_{12} \frac{Q_{11}^*}{Q_{12}^*} & J_{11} - J_{12} \frac{Q_{11}^*}{Q_{12}^*} \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{J_{13} - J_{12} \frac{Q_{13}^*}{Q_{12}^*}}{J_{11} - J_{12} \frac{Q_{11}^*}{Q_{12}^*}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \widehat{\eta}_{t+1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = PIB \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} + PIN \begin{bmatrix} 0 \\ \widehat{\eta}_{t+1} \end{bmatrix}$$

$$\text{Donc } \begin{bmatrix} \widehat{K}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \theta a_{12} \\ 0 & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \widehat{\eta}_{t+1} \end{bmatrix}$$

$$\text{Donc } \begin{cases} \widehat{K}_{t+1} = a_{11} \widehat{K}_t + a_{12} \widehat{Z}_{t+1} \\ \widehat{Z}_{t+1} = \theta \widehat{Z}_t + \widehat{\eta}_{t+1} \end{cases}$$

Ainsi de suite on obtient pour la deuxième économie, avec \widehat{V}_t le processus Sunspot :

$$\begin{aligned} \widehat{K}_t &= a_{11} \widehat{K}_{t-1} + a_{12} \widehat{C}_{t-1} + a_{13} \widehat{Z}_t \\ \widehat{C}_t &= a_{21} \widehat{K}_{t-1} + a_{22} \widehat{C}_{t-1} + a_{23} \widehat{Z}_t + b_2 \widehat{V}_t \\ \widehat{Z}_t &= a_{33} \widehat{Z}_{t-1} + \widehat{\eta}_t \end{aligned}$$

L'économie trois avec présence de Sunspots n'a pas besoin de cette procédure, le choc de Sunspots ayant lieu sur la consommation. Nous avons donc les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \widehat{K}_t &= a_{11} \widehat{K}_{t-1} + a_{12} \widehat{C}_{t-1} \\ \widehat{C}_t &= a_{21} \widehat{K}_{t-1} + a_{22} \widehat{C}_{t-1} + b_2 \widehat{V}_t \end{aligned}$$

On a déduit aussi les règles de décision des variables de contrôle suivantes :

$$M_1 X_t = M_2 B \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} + M_2 F \widehat{C}_t$$

$$\text{Soit en d'autres termes : } X_t = M_1^{-1} [M_2 B + M_2 F G G] \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix} = PIC \begin{bmatrix} \widehat{K}_t \\ \widehat{Z}_t \end{bmatrix}$$

Mathematica

MM=m*(δ+ω);
GG=g*(δ+w)+1-δ;
DD=d*(δ+w)-ω;
J={ {(1-DD(g-1)(τ-1))/GG, -DD(1+d(τ-1))/GG, -(DD(τ-1)m*θ+MM)/(GG*θ)}, {(g-1)(τ-1), 1+d(τ-1), (τ-1)m}, {0,0,1/θ}};
MatrixForm[J]

$$\begin{pmatrix} \frac{1-(-1+g)(-1+\tau)(d(w+\delta)-\omega)}{1-\delta+g(w+\delta)} & \frac{(1+d(-1+\tau))(-d(w+\delta)+\omega)}{1-\delta+g(w+\delta)} & -\frac{m\theta(-1+\tau)(d(w+\delta)-\omega)+m(\delta+\omega)}{(1-\delta+g(w+\delta))\theta} \\ (-1+g)(-1+\tau) & 1+d(-1+\tau) & m(-1+\tau) \\ 0 & 0 & \frac{1}{\theta} \end{pmatrix}$$

W=Simplify[Inverse[J]];
MatrixForm[W]

$$\begin{pmatrix} 1-\delta+g(w+\delta) & d(w+\delta)-\omega & m(\delta+\omega) \\ -\frac{(-1+g)(1-\delta+g(w+\delta))(-1+\tau)}{1+d(-1+\tau)} & \frac{1-d(-1+g)(w+\delta)(-1+\tau)+(-1+g)(-1+\tau)\omega}{1+d(-1+\tau)} & -\frac{m(-1+\tau)((-1+g)\delta+\theta+(-1+g)\omega)}{1+d(-1+\tau)} \\ 0 & 0 & \theta \end{pmatrix}$$

R={ {MM/(GG*θ), -DD(g-1)(τ-1)/GG, -DD(1+d(τ-1))/GG, -DD(τ-1)m/GG}, {0, (g-1)(τ-1), 1+d(τ-1), (τ-1)m}, {-1/θ, 0, 0, 0}};
MatrixForm[R]

$$\begin{pmatrix} \frac{m(\delta+\omega)}{(1-\delta+g(w+\delta))\theta} & \frac{(-1+g)(-1+\tau)(-d(w+\delta)+\omega)}{1-\delta+g(w+\delta)} & \frac{(1+d(-1+\tau))(-d(w+\delta)+\omega)}{1-\delta+g(w+\delta)} & \frac{m(-1+\tau)(-d(w+\delta)+\omega)}{1-\delta+g(w+\delta)} \\ 0 & (-1+g)(-1+\tau) & 1+d(-1+\tau) & m(-1+\tau) \\ -\frac{1}{\theta} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Q=Simplify[-W.R];
MatrixForm[Q]

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{m-m\tau}{1+d(-1+\tau)} & \frac{-1+g+\tau-g\tau}{1+d(-1+\tau)} & -1 & \frac{m-m\tau}{1+d(-1+\tau)} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

M1={ {Y-C, 0, -Y, 0}, {0, 1, 0, 0}, {0, -β, 1, 0}, {0, γ, 0, 1}};
M2={ {0, -C, 0}, {-α*φ, φ, -φ}, {α, 0, 1}, {0, 1, 0}};
M=Factor[Simplify[Inverse[M1].M2]];
MatrixForm[M]

$$\begin{pmatrix} \frac{Y\alpha(-1+\beta\phi)}{C-Y} & \frac{C-Y\beta\phi}{C-Y} & \frac{Y(-1+\beta\phi)}{C-Y} \\ -\alpha\phi & \phi & -\phi \\ -\alpha(-1+\beta\phi) & \beta\phi & 1-\beta\phi \\ \alpha\gamma\phi & 1-\gamma\phi & \gamma\phi \end{pmatrix}$$

M3L={ {-g*(δ+ω)-1+δ, ω-d*(δ+ω), -m*(δ+ω)}, {0, 1, 0}, {0, 0, 1}};
M3I={ {1, 0, 0}, {-(g-1)*(τ-1), -1-d*(τ-1), -m*(τ-1)}, {0, 0, -1/θ}};
MatrixForm[Simplify[Inverse[-M3L].M3I]]

$$\begin{pmatrix} \frac{1+(-1+g)(-1+\tau)\omega-d(-1+g)(-1+\tau)(\delta+\omega)}{1+(-1+g)\delta+g\omega} & \frac{(1+d(-1+\tau))(-\omega+d(\delta+\omega))}{1+(-1+g)\delta+g\omega} & -\frac{m(\delta(1+d\theta(-1+\tau))+1+(-1+d)\theta(-1+\tau)\omega)}{\theta(1+(-1+g)\delta+g\omega)} \\ (-1+g)(-1+\tau) & 1+d(-1+\tau) & m(-1+\tau) \\ 0 & 0 & \frac{1}{\theta} \end{pmatrix}$$

M5={ {0, 0, 0, 0}, {0, (g-1)*(τ-1), 1+d*(τ-1), m*(τ-1)}, {1/θ, 0, 0, 0}};
MatrixForm[Simplify[Inverse[-M3L].M5]]

$$\begin{pmatrix} \frac{m(\delta+\omega)}{\theta(1+(-1+g)\delta+g\omega)} & \frac{(-1+g)(-1+\tau)(-\omega+d(\delta+\omega))}{1+(-1+g)\delta+g\omega} & \frac{(1+d(-1+\tau))(-\omega+d(\delta+\omega))}{1+(-1+g)\delta+g\omega} & \frac{m(-1+\tau)(-\omega+d(\delta+\omega))}{1+(-1+g)\delta+g\omega} \\ 0 & -1+g+\tau-g\tau & -1+d-d\tau & m-m\tau \\ -\frac{1}{\theta} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

MatLab

Bibliographie

« **Real Business Cycles and the Animal Spirits Hypothesis** »

Roger EA Farmer et Roger EA Farmer et Jang Ting Guo
Journal of Economic Theory 63, 42-72, 1994 et Working Paper

« **Productive externalities and business cycles** »

Marianne Baxter et Robert G. King
Federal Reserve Bank of Minneapolis, Discussion Paper, 1991

« **Modèles d'équilibre général dynamiques en concurrence imparfaite** »

Julio J. Rotemberg et Michael Woodford
Annales d'économie et de statistique N°37/38 - 1995

« **Real Business Cycles and the Animal Spirits Hypothesis in a CIA Economy** »

Jean-Paul Barinci et Arnaud Chéron
EPEE, EUREQua, CEPREMAP, 2001

« **A Toolkit for Analyzing Nonlinear Dynamic Stochastic Models Easily** »

Harald Uhlig
CentER, University of Tilburg, and CEPR, Working Paper,

« **Indeterminacy and increasing returns** »

Jess Benhabib et Roger EA Farmer
UCLA, Working Paper, 1992

« **Animal Spirits** »

Peter Howitt et Preston MacAfee
American Economic Review, Vol. 82, N°3, 493-507, 1992

« **Le tournant cognitif** »

André Orléan
Revue d'Économie Politique, Connaissance et croyances en économie

« **Computing sunspot equilibria in linear rational expectations models** »

Thomas A. Lubika et Frank Schorfheideb
Journal of Economic Dynamics & Control 28, 273-285, 2003

« **Time to Build and Aggregate Fluctuations** »

Finn E. Kydland et Edward C. Prescott
Econometrica, Vol. 50, N°6, 1345-1370, 1982

« **Les Fluctuations Conjoncturelles : Cycles Réels et Cycles Monétaires** »

Jean Olivier Hairault
Economica, 1995

« **Analyses Macroéconomique** »

Jean Olivier Hairault et autres
Repères, Tome 2, 1995